Terminale	**Série 3** : Limites de suites et récurrence	OMRI Rafik

Exercice N°1 :

Déterminer la limite des suites suivantes :

1. $u_n = \dfrac{n^2 - 1}{n + 1}$ pour tout n entier naturel.

2. $u_n = \dfrac{n^3 - 1}{3n^2 + 5n^4}$ pour tout n entier naturel non nul.

3. $u_n = \dfrac{1 - n^3}{n - 5n^4}$ pour tout n entier naturel non nul.

4. $u_n = \dfrac{2n^4 - 1}{n^2 + 5n^4}$

Exercice N°2 :

Déterminer les limites des suites suivantes :

1. $u_n = \dfrac{n^2 - \sin n}{n + 1}$ pour tout n entier naturel.

2. $u_n = n^2 - (-1)^n$ pour tout n entier naturel.

3. $u_n = \dfrac{\sin\left(n^2\right)}{n}$ pour tout entier naturel n non nul.

Exercice N°3 :

Déterminer les limites des suites suivantes :

1. $u_n = \dfrac{0,5^n - 0,2^n}{2^n + 1}$ pour tout n entier naturel non nul.

2. $u_n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{2^k}$ pour tout n entier naturel.

3. $u_n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} \left(\frac{3}{2}\right)^k$ pour tout n entier naturel.

4. $u_0 = 4$ et, pour tout n entier naturel, $u_{n+1} = \sqrt{u_n}$.

Exercice N°4 :

Les suites suivantes sont-elles monotones?

1. $u_n = \dfrac{n-1}{n+1}$

2. $v_n = \dfrac{n+3}{2n}$

3. $w_n = \sqrt{n} - n$

Exercice N°5 :

La suite (u_n) est définie par $u_0 = 5$ et $u_{n+1} = -\dfrac{1}{2}u_n + 3$.

Montrer par récurrence que (u_n) est bornée par $\dfrac{1}{2}$ et 5.

Exercice N°6 :

Déterminer les limites en $+\infty$ de :

1. $u_n = \dfrac{n}{5} + 7 - \dfrac{3n}{n^2+4}$

2. $u_n = \dfrac{6n^2 - 3n + 7}{n^2 + n + 1}$

3. $u_n = \sqrt{\dfrac{3n^2-1}{5n+4}}$

4. $u_n = n^2\left(\sqrt{3 - \dfrac{2}{n}} - \sqrt{3}\right)$

5. $u_n = \dfrac{3n - \sqrt{9n^2+1}}{\sqrt{n^2+5}}$

Exercice N°7 :

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel $n \geqslant 1$ par $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$.

1. Démontrer que $\dfrac{1}{2\sqrt{n+1}} \leqslant u_n \leqslant \dfrac{1}{2\sqrt{n}}$.

2. Quelle est la limite de la suite (u_n)?