Terminale	Bac blanc N°1 : Suite, Espace, Loi Binomiale	OMRI Rafik

Exercice N°1 :

Un élève répond au hasard et avec indépendance à chacune des dix questions d'un Q.C.M.
Pour chaque question, il y a trois propositions dont une seule est "bonne"
Soit X le nombre de bonnes réponses obtenues par l'élève

1. Justifier que X suit une loi binomiale. Donner ses paramètres
2. Calculer la probabilité que l'élève ait la moyenne
3. Calculer la probabilité que l'élève ne donne aucune bonne réponse
4. Calculer l'espérance de l'élève et interpréter cette valeur. A-t-il raison d'adopter cette stratégie ?
5. Combien faudrait-il de questions pour que la probabilité que l'élève obtienne au moins une bonne réponse dépasse 99 % ?

Exercice N°2 :

Déterminer sans calculatrice, les coefficients binomiaux suivants :

$\binom{25}{1}$ $\binom{35}{34}$ $\binom{5}{2}$ $\binom{17}{0}$

Calculer des coefficients binomiaux sans calculatrice

1. Calculer mentalement $\binom{10}{9}$.
2. Sachant que $\binom{10}{4} = 210$ et $\binom{10}{5} = 252$, calculer :
   (a) $\binom{10}{6}$
   (b) $\binom{11}{5}$

Exercice N°3 :

Partie A : premier modèle - avec une suite

On modélise l'évolution de la population de bactéries dans la cuve par la suite (u_n) définie de la façon suivante :

$$u_0 = 1\,000 \text{ et, pour tout entier naturel } n,\ u_{n+1} = 1,2u_n - 100.$$

1) a) Expliquer en quoi ce modèle correspond à la situation de l'énoncé.
On précisera en particulier ce que représente u_n.

b) L'entreprise souhaite savoir au bout de combien de jours la masse de bactéries dépassera 30 kg.
À l'aide de la calculatrice, donner la réponse à ce problème.

c) On peut également utiliser l'algorithme suivant pour répondre au problème posé dans la question précédente.
Recopier et compléter cet algorithme.

Variables	u et n sont des nombres

Traitement	u prend la valeur 1 000
	n prend la valeur 0
	Tant que .... faire
	    u prend la valeur ....
	    n prend la valeur $n+1$
	Fin Tant que

Sortie	Afficher ....

2) a) Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, $u_n \geqslant 1\,000$.

b) Démontrer que la suite (u_n) est croissante.

3) On définit la suite (v_n) par : pour tout entier naturel n, $v_n = u_n - 500$.

a) Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique.

b) Exprimer v_n, puis u_n, en fonction de n.

c) Déterminer la limite de la suite (u_n).

Exercice N°4 :

Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $\begin{cases} v_0 = 0 \\ v_{n+1} = \dfrac{1}{2 - v_n} \end{cases}$

1.a. Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n non nul, $0 < v_n < 1$.

1.b. Démontrer que, pour tout entier naturel n, $v_{n+1} - v_n = \dfrac{(v_n - 1)^2}{2 - v_n}$.

1.c. Démontrer que la suite (v_n) est convergente.

2.a. On considère la suite (w_n) définie, pour tout naturel n, par $w_n = \dfrac{1}{v_n - 1}$.

Démontrer que la suite (w_n) est arithmétique de raison -1.

2.b. En déduire l'expression de w_n , puis celle de v_n en fonction de n.

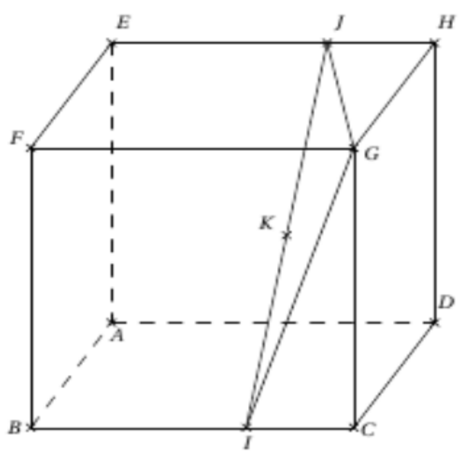
3. Déterminer $\lim\limits_{n \to +\infty} (v_n)$.

Exercice N°5 : Polynésie septembre 2008

On donne la propriété suivante :

"par un point de l'espace il passe un plan et un seul orthogonal à une droite donnée"

Sur la figure on a représenté le cube $ABCDEFGH$ d'arête 1.



On a placé :

- les points I et J tels que $\overrightarrow{BI} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{EJ} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{EH}$.
- le milieu K de $[IJ]$.

On appelle P le projeté orthogonal de G sur le plan (FIJ).

Partie A

1. Démontrer que le triangle FIJ est isocèle en F.
   En déduire que les droites (FK) et (IJ) sont orthogonales.
   On admet que les droites (GK) et (IJ) sont orthogonales.

2. Démontrer que la droite (IJ) est orthogonale au plan (FGK).

3. Démontrer que la droite (IJ) est orthogonale au plan (FGP).

4. **a.** Montrer que les points F, G, K et P sont coplanaires.

   b. En déduire que les points F, P et K sont alignés.

Partie B

L'espace est rapporté au repère orthogonal $\left(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$.

On appelle N le point d'intersection de la droite (GP) et du plan (ADB).

1. Donner les coordonnées des points F, G, I et J.

2. Montrer que la droite (GN) est orthogonale aux droites (FI) et (FJ).