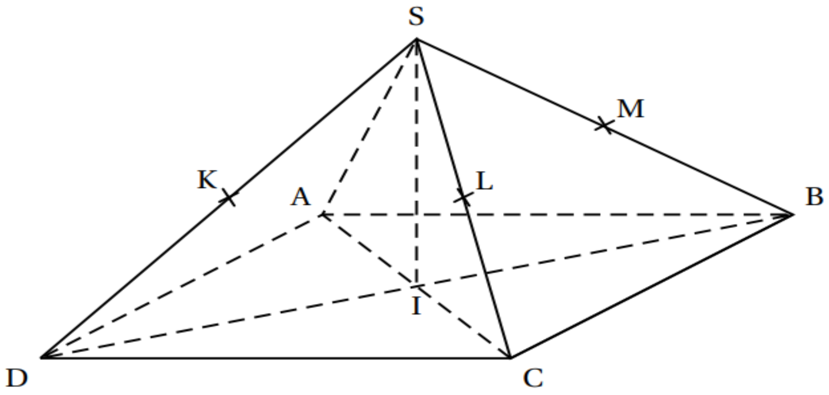
Terminale	Bac blanc N°2 : Suite, Espace, Loi Binomiale	OMRI Rafik

Exercice N°1 :

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.



SABCD est une pyramide régulière à base carrée ABCD dont toutes les arêtes ont la même longueur.
Le point I est le centre du carré ABCD.
On suppose que : IC = IB = IS = 1.
Les points K, L et M sont les milieux respectifs des arêtes [SD], [SC] et [SB].

1. Les droites suivantes ne sont pas coplanaires :

a. (DK) et (SD) **b.** (AS) et (IC) **c.** (AC) et (SB) **d.** (LM) et (AD)

Pour les questions suivantes, on se place dans le repère orthonormé de l'espace $\left(\mathrm{I}\,;\,\overrightarrow{\mathrm{IC}},\,\overrightarrow{\mathrm{IB}},\,\overrightarrow{\mathrm{IS}}\right)$.
Dans ce repère, on donne les coordonnées des points suivants :

$$\mathrm{I}(0\,;\,0\,;\,0)\,;\,\mathrm{A}(-1\,;\,0\,;\,0)\,;\,\mathrm{B}(0\,;\,1\,;\,0)\,;\,\mathrm{C}(1\,;\,0\,;\,0);\mathrm{D}(0\,;\,-1\,;\,0)\,;\,\mathrm{S}(0\,;\,0\,;\,1).$$

2. Les coordonnées du milieu N de [KL] sont :

a. $\left(\frac{1}{4}\,;\,\frac{1}{4}\,;\,\frac{1}{4}\right)$ **b.** $\left(\frac{1}{4}\,;\,-\frac{1}{4}\,;\,\frac{1}{2}\right)$ **c.** $\left(-\frac{1}{4}\,;\,\frac{1}{4}\,;\,\frac{1}{2}\right)$ **d.** $\left(-\frac{1}{2}\,;\,\frac{1}{2}\,;\,1\right)$

3. Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{\mathrm{AS}}$ sont :

a. $\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$ **b.** $\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$ **c.** $\begin{pmatrix}2\\1\\-1\end{pmatrix}$ **d.** $\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$

4. Une représentation paramétrique de la droite (AS) est :

a. $\begin{cases} x = -1-t \\ y = t \\ z = -t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ **b.** $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = 0 \\ z = 1+2t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ **c.** $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 1+t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ **d.** $\begin{cases} x = -1-t \\ y = 1+t \\ z = 1-t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$

5. Une équation cartésienne du plan (SCB) est :

a. $y+z-1=0$ **b.** $x+y+z-1=0$ **c.** $x-y+z=0$ **d.** $x+z-1=0$

Exercice N°2 :

On considère les suites (u_n) et (v_n) définies pour tout entier naturel n par :

$$\begin{cases} u_0 &= v_0 = 1 \\ u_{n+1} &= u_n + v_n \\ v_{n+1} &= 2u_n + v_n \end{cases}$$

Dans toute la suite de l'exercice, on **admet** que les suites (u_n) et (v_n) **sont strictement positives**.

1. **a.** Calculez u_1 et v_1.

b. Démontrer que la suite (v_n) est strictement croissante, puis en déduire que, pour tout entier naturel n, $v_n \geqslant 1$.

c. Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a : $u_n \geqslant n+1$.

d. En déduire la limite de la suite (u_n).

2. On pose, pour tout entier naturel n :

$$r_n = \frac{v_n}{u_n}.$$

On admet que :

$$r_n^2 = 2 + \frac{(-1)^{n+1}}{u_n^2}$$

a. Démontrer que pour tout entier naturel n :

$$-\frac{1}{u_n^2} \leqslant \frac{(-1)^{n+1}}{u_n^2} \leqslant \frac{1}{u_n^2}.$$

b. En déduire :

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{u_n^2}.$$

c. Déterminer la limite de la suite $\left(r_n^2\right)$ et en déduire que (r_n) converge vers $\sqrt{2}$.

d. Démontrer que pour tout entier naturel n,

$$r_{n+1} = \frac{2+r_n}{1+r_n}.$$

e. On considère le programme suivant écrit en langage Python :

```
def seuil() :
    n = 0
    r = 1
    while abs(r-sqrt(2)) > 10**(-4) :
        r = (2+r)/(1+r)
        n = n+1
    return n
```

(abs désigne la valeur absolue, sqrt la racine carrée et 10** (-4) représente 10^{-4}).
La valeur de n renvoyée par ce programme est 5.
À quoi correspond-elle?

Exercice N°3 :

1) Interpréter $\binom{6}{1}$ et en donner la valeur.
2) On suppose connu que $\binom{6}{2} = 15$. En déduire $\binom{7}{2}$.
3) Comment obtenir facilement $\binom{7}{5}$?

Exercice N°4 :

Une classe de première S du lycée Jean Mermoz compte 24 élèves dont 10 filles. Leur professeure de mathématiques interroge un élève au début de chaque cours pour corriger le travail fait à la maison mais comme elle est très distraite, elle ne se rappelle jamais quels élèves elle a déjà interrogés. Soit n un entier positif ou nul. Soit X le nombre de filles interrogées lors de n cours consécutifs.

1) Quelle est la loi de probabilités de X ?

2) Quelle est la probabilité qu'exactement 4 filles soient interrogées lors de 10 cours consécutifs ? *On pourra noter cet événement E.*

3) Quelle est la probabilité qu'au moins 3 filles soient interrogées lors de 10 cours consécutifs ? *On pourra noter cet événement F.*

4) Une période de combien de cours consécutifs faut-il considérer pour que la probabilité qu'aucune fille ne soit interrogée durant cette période soit inférieure à 0,001?

5) Une année scolaire comporte environ 150 cours de mathématiques. A combien peut-on estimer le nombre de garçons qui seront interrogées au cours de l'année scolaire en mathématiques?