| Terminale | Bac blanc N°3 : Suite, Espace, Loi Binomiale | OMRI Rafik |
|---|---|---|

## Exercice N°1 :

Dans un hypermarché, un modèle d'ordinateur est en promotion. Une étude statistiqu permis d'établir que, chaque fois qu'un client s'intéresse à ce modèle, la probabilité qu l'achète est égale à 0,3. On considère un échantillon aléatoire de dix clients qui se s intéressés à ce modèle. On suppose que le nombre d'acheteurs parmi cet échantillon s une loi binomiale.

1) Déterminer le nombre moyen de personnes de cet échantillon qui ont acheté un or nateur.
2) Quelle est la probabilité, dans cet échantillon, qu'entre 3 et 6 personnes aient ach un ordinateur ? (on donnera le résultat à $10^{-3}$)

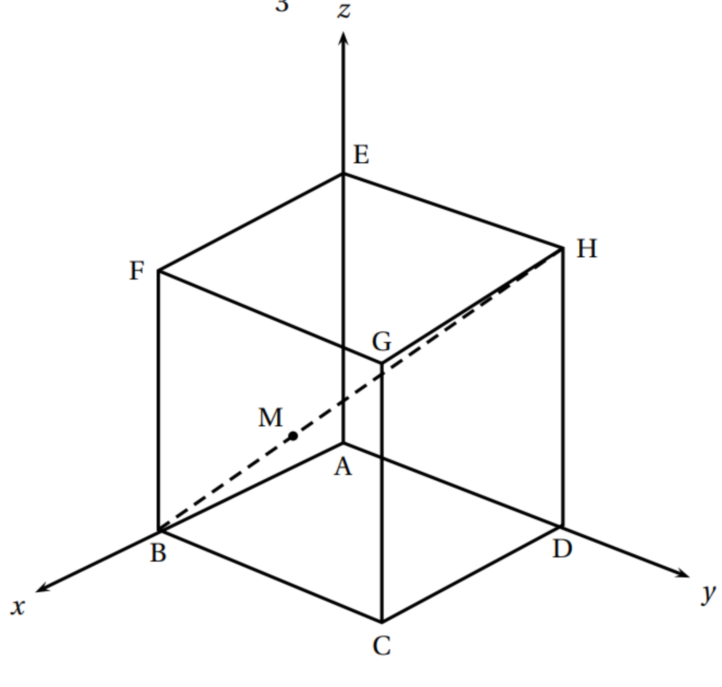
## Exercice N°2 : d'après Antilles Guyane septembre 2018

Une compagnie aérienne a mis en place pour une de ses lignes un système de sur-réservation afin d'abaisser les coûts.
Les réservations ne peuvent se faire qu'auprès d'une agence ou sur le site Internet de la compagnie.
Sur cette ligne, la compagnie affrète un appareil de $200$ places et a vendu $202$ réservations.
On suppose que le nombre de clients se présentant à l'embarquement peut être modélisé par une variable aléatoire $X$ qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 202$ et $p = 0,971$.

1. Calculer la probabilité que tous les clients se présentent à l'embarquement.
2. Calculer la probabilité qu'un seul client parmi les $202$ qui ont réservé ne se présente pas à l'embarquement.
3. En déduire la probabilité que la compagnie se trouve en situation de sur-réservation (c'est-à-dire avec plus de clients qui se présentent à l'embarquement que de places).

## Exercice N°3 :

Dans l'espace, on considère le cube ABCDEFGH d'arête de longueur égale à 1.
On munit l'espace du repère orthonormé $\left(A\,;\,\overrightarrow{AB},\,\overrightarrow{AD},\,\overrightarrow{AE}\right)$.
On considère le point M tel que $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BH}$.



1. Par lecture graphique, donner les coordonnées des points B, D, E, G et H.
2. **a.** Quelle est la nature du triangle EGD? Justifier la réponse.

   **b.** On admet que l'aire d'un triangle équilatéral de côté $c$ est égale à $\frac{\sqrt{3}}{4}c^2$.

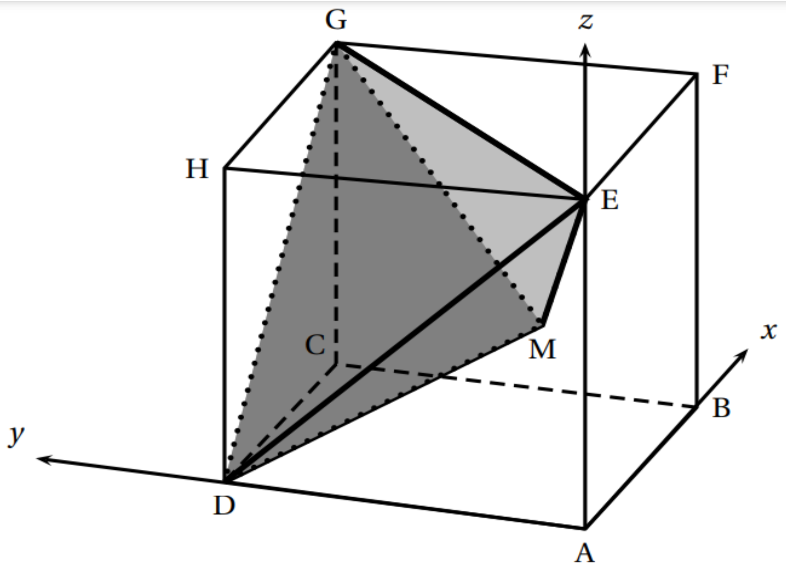
   Montrer que l'aire du triangle EGD est égale à $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
3. Démontrer que les coordonnées de M sont $\left(\frac{2}{3}\,;\,\frac{1}{3}\,;\,\frac{1}{3}\right)$.
4. **a.** Justifier que le vecteur $\overrightarrow{n}(-1\,;\,1\,;\,1)$ est normal au plan (EGD).

   **b.** En déduire qu'une équation cartésienne du plan (EGD) est : $-x+y+z-1=0$.

   **c.** Soit $\mathscr{D}$ la droite orthogonale au plan (EGD) et passant par le point M.
   Montrer qu'une représentation paramétrique de cette droite est :

$$\mathscr{D} : \left\{\begin{array}{lcl} x & = & \frac{2}{3}-t \\ y & = & \frac{1}{3}+t \\ z & = & \frac{1}{3}+t \end{array}\right. ,\ t\in\mathbb{R}$$

5. Le cube ABCDEFGH est représenté ci-dessus selon une vue qui permet de mieux percevoir la pyramide GEDM, en gris sur la figure :




Le but de cette question est de calculer le volume de la pyramide GEDM.

**a.** Soit K, le pied de la hauteur de la pyramide GEDM issue du point M.

Démontrer que les coordonnées du point K sont $\left(\frac{1}{3}\,;\,\frac{2}{3}\,;\,\frac{2}{3}\right)$.

**b.** En déduire le volume de la pyramide GEDM.

*On rappelle que le volume $V$ d'une pyramide est donné par la formule $V=\frac{b\times h}{3}$ où $b$ désigne l'aire d'une base et $h$ la hauteur associée.*

## Exercice N°4 : D'après Asie juin 2013

**Partie A**

On considère la suite $(u_n)$ définie par $u_0=2$ et, pour tout entier naturel $n$ :

$$u_{n+1}=\frac{1+3u_n}{3+u_n}$$

On admet que tout les termes de cette suite sont définis et strictement positifs.

1. Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel $n$, on a : $u_n > 1$.
2. **a.** Établir que, pour tout entier naturel $n$, on a :$u_{n+1} - u_n = \dfrac{(1-u_n)(1+u_n)}{3+u_n}$.

   **b.** Déterminer le sens de variation de la suite $(u_n)$.

**Partie B**

On considère la suite $(u_n)$ définie par $u_0 = 2$ et, pour tout entier naturel $n$ :

$$u_{n+1} = \frac{1+0,5u_n}{0,5+u_n}$$

On admet que tous les termes de cette suite sont définis et strictement positifs.

1. On considère l'algorithme suivant :

   **Entrée**

   Soit un entier naturel non nul $n$

   **Initialisation**

   Affecter à $u$ la valeur $2$

   **Traitement et sortie**

   POUR $i$ allant de $1$ à $n$

   Affecter à $u$ la valeur $\dfrac{1+0,5u}{0,5+u}$

   Afficher $u$

   FIN POURReproduire et compléter le tableau suivant, en faisant fonctionner cet algorithme pour $n = 3$. Les valeurs de $u$ seront arrondies au millième.

| $i$ | $1$ | $2$ | $3$ |
|---|---|---|---|
| $u$ | | | |

2. Pour $n = 12$, on a prolongé le tableau précédent et on a obtenu :

| $i$ | $4$ | $5$ | $6$ | $7$ | $8$ | $9$ | $10$ | $11$ | $12$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $u$ | $1,0083$ | $0,9973$ | $1,0009$ | $0,9997$ | $1,0001$ | $0,99997$ | $1,00001$ | $0,999996$ | $1,000001$ |

Conjecturer le comportement de la suite $(u_n)$ à l'infini.

3. On considère la suite $(v_n)$ définie, pour tout entier naturel $n$, par : $v_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n + 1}$.

   **a.** Démontrer que la suite $(v_n)$ est géométrique de raison $-\dfrac{1}{3}$.

   **b.** Calculer $v_0$ puis écrire $v_n$ en fonction de $n$.

4. **a.** Montrer que, pour tout entier naturel $n$, on a : $v_n \neq 1$.

   **b.** Montrer que, pour tout entier naturel $n$, on a : $u_n = \dfrac{1+v_n}{1-v_n}$.

   **c.** Déterminer la limite de la suite $(u_n)$.