

Exercice N°1 :

I. **Laser et fil vertical** (10 points)

- Un faisceau de lumière, parallèle monochromatique, de longueur d'onde λ , produit par une source laser, arrive sur un fil vertical, de diamètre a (a est de l'ordre du dixième de millimètre). On place un écran à une distance D de ce fil ; la distance D est grande devant a (cf. figure 1).

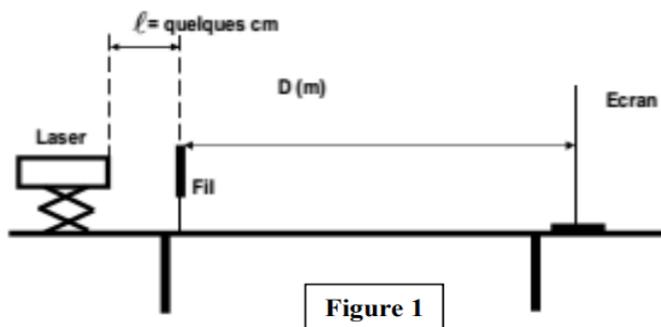


Figure 1

- La figure 2 de **la feuille réponse** à rendre avec la copie présente l'expérience vue de dessus et la figure observée sur l'écran.
 - Quel enseignement sur la nature de la lumière ce phénomène apporte-t-il ? Nommer ce phénomène.
 - La lumière émise par la source laser est dite monochromatique. Quelle est la signification de ce terme ?
 - Faire apparaître sur la figure 2 de **la feuille réponse** l'écart angulaire ou demi-angle de diffraction θ et la distance D entre l'objet diffractant (en l'occurrence le fil) et l'écran.
 - En utilisant la figure 2, exprimer l'écart angulaire θ en fonction des grandeurs L et D sachant que pour de petits angles exprimés en radian : $\tan(\theta) \approx \theta$.
 - Quelle expression mathématique lie les grandeurs θ , λ et a ? (On supposera que la loi est la même que pour une fente de largeur a). Préciser les unités respectives de ces grandeurs physiques.
 - En utilisant les résultats précédents, montrer que la largeur L de la tache centrale de diffraction s'exprime par :

$$L = \frac{2 \times \lambda \times D}{a}$$

- On dispose de deux fils calibrés de diamètres respectifs $a_1 = 60 \text{ pm}$ et $a_2 = 80 \text{ pm}$.
- On place successivement ces deux fils verticaux dans le dispositif présenté par la figure 1. On obtient sur l'écran deux figures de diffraction distinctes notées **A** et **B** ci-dessous. Associer, en le justifiant à chacun des deux fils la figure de diffraction qui lui correspond.



- On cherche maintenant à déterminer expérimentalement la longueur d'onde dans le vide λ_0 de la lumière monochromatique émise par la source laser utilisée. Pour cela, on place devant le faisceau laser des fils calibrés verticaux. On désigne par « a » le diamètre d'un fil. La figure de diffraction obtenue est observée sur un écran blanc situé à une distance $D = 2,50 \text{ m}$ des fils. Pour chacun des fils, on mesure la largeur L de la tache centrale de diffraction.
- On obtient les résultats suivants :

a (mm)	0,040	0,060	0,080	0,100	0,120
L (mm)	63	42	32	27	22

- Compléter la 3^{ème} ligne du tableau de **la feuille réponse** en calculant la valeur de x en mm^{-1} .
- Tracer la courbe $L = f(x)$ sur **la feuille réponse**.
- Montrer que l'allure de la courbe $L = f(x)$ obtenue est en accord avec l'expression de L donnée à la question 6).
- Donner l'équation de la courbe $L = f(x)$ et en déduire la longueur d'onde λ (en m puis en nm) dans le vide de la lumière monochromatique constitutive du faisceau laser utilisé.
- Calculer la fréquence f_0 de la lumière monochromatique émise par la source laser.
- On éclaire avec cette source laser un verre flint d'indice de réfraction $n(\lambda) = 1,64$. A la traversée de ce milieu transparent dispersif, les valeurs de la fréquence, de la longueur d'onde et la couleur associées à cette radiation varient-elles ?

➤ **Données** : Célérité de la lumière dans le vide ou dans l'air $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Indice de réfraction $n = \frac{c}{v}$

• On remplace le fil vertical par deux fils verticaux très proches l'un de l'autre.

14) Décrire à l'aide d'un schéma le phénomène observable sur l'écran. Nommer ce phénomène. Quelle est la grandeur caractéristique de ce phénomène. Indiquer cette grandeur sur le schéma.

Exercice N°2 :

Un fil d'araignée, de diamètre inconnu noté a , est maintenu en position verticale et éclairé au moyen d'une source laser rouge de longueur d'onde $\lambda = 615 \text{ nm}$. Le fil est placé à quelques centimètres de la source laser et à une distance D assez éloignée d'un écran vertical. La figure de diffraction obtenue à l'écran est caractérisée par une tache centrale de largeur L et un angle de diffraction noté θ .

Schéma de l'expérience en vue de profil

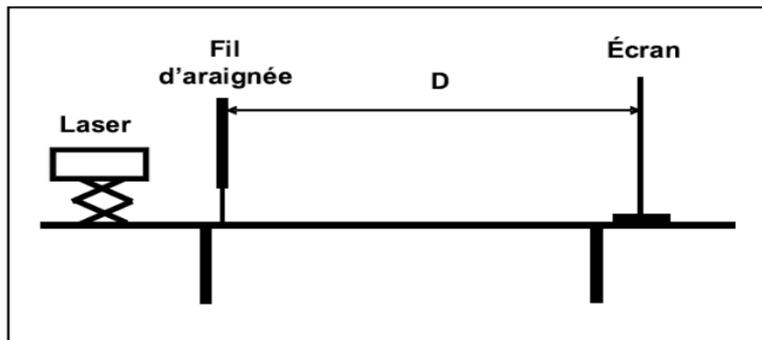
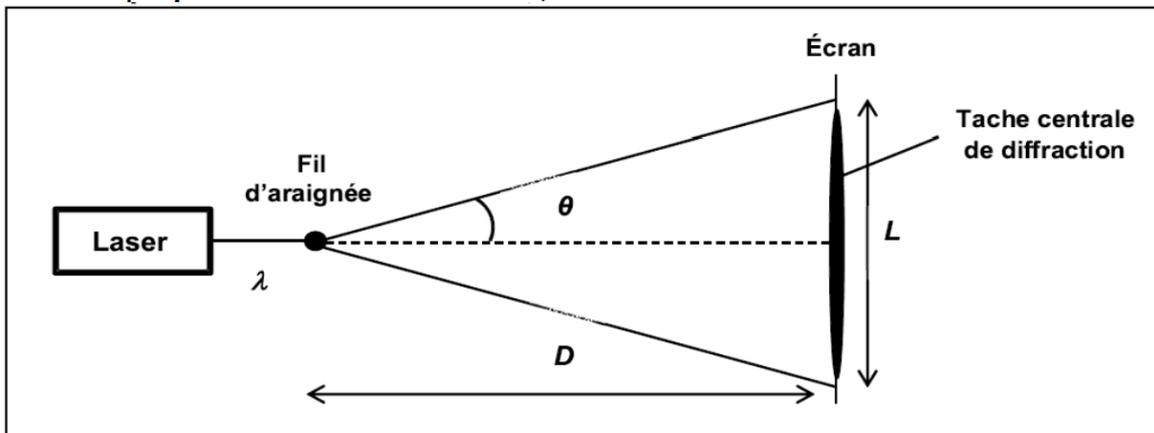


Schéma de l'expérience en vue de dessus, sans souci d'échelle



3.1. Quel caractère de la lumière est mis en évidence par l'apparition d'une figure de diffraction ?

3.2. Rappeler l'expression qui lie les grandeurs a , θ et λ . Sachant que $\tan \theta = \theta$ pour les faibles valeurs de θ en radian, démontrer que la largeur L de la tache centrale de diffraction admet pour expression littérale :

$$L = \frac{2 \cdot \lambda \cdot D}{a}$$

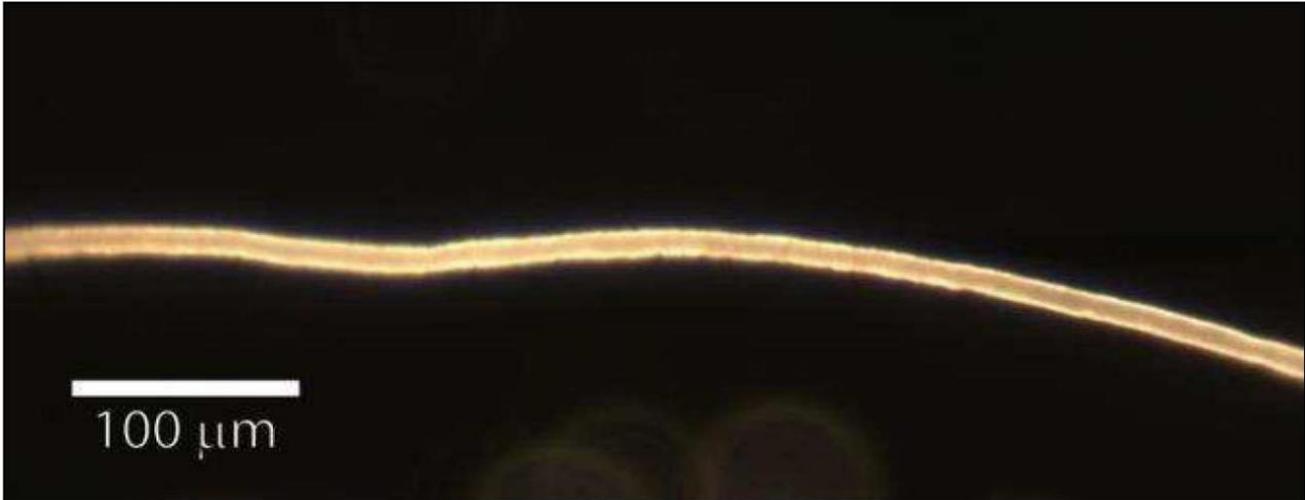
3.3. Calculer, en m puis en μm , le diamètre a du fil d'araignée analysé sachant que $D = 2,00 \pm 0,01 \text{ m}$ et $L = 18,8 \pm 0,4 \text{ cm}$.

3.4. La source lumineuse étant un laser, on fera l'hypothèse que l'incertitude sur la longueur d'onde peut être négligée par rapport aux autres incertitudes. L'incertitude absolue $U(a)$ associée à la mesure du diamètre a du fil d'araignée dépend uniquement des incertitudes absolues $U(D)$ et $U(L)$ associées aux distances D et L selon la relation suivante :

$$\left(\frac{U(a)}{a}\right)^2 = \left(\frac{U(D)}{D}\right)^2 + \left(\frac{U(L)}{L}\right)^2$$

Exprimer le résultat de la mesure expérimentale du diamètre a du fil d'araignée sous la forme d'un encadrement.

3.5. Le même fil d'araignée que celui étudié dans la partie précédente est maintenant observé et photographié à l'aide d'un microscope optique équipé d'un appareil photo numérique. Voici le cliché obtenu :



Déterminer le diamètre a du fil à partir du cliché ci-dessus et donner le résultat assorti de l'incertitude absolue $U(a)$ associée à cette valeur. Dans cette mesure, on considère que :

$$\frac{U(a)}{a} = \frac{U(d)}{d} \text{ avec } d \text{ la valeur mesurée sur la photographie et } U(d) \text{ l'incertitude absolue associée.}$$

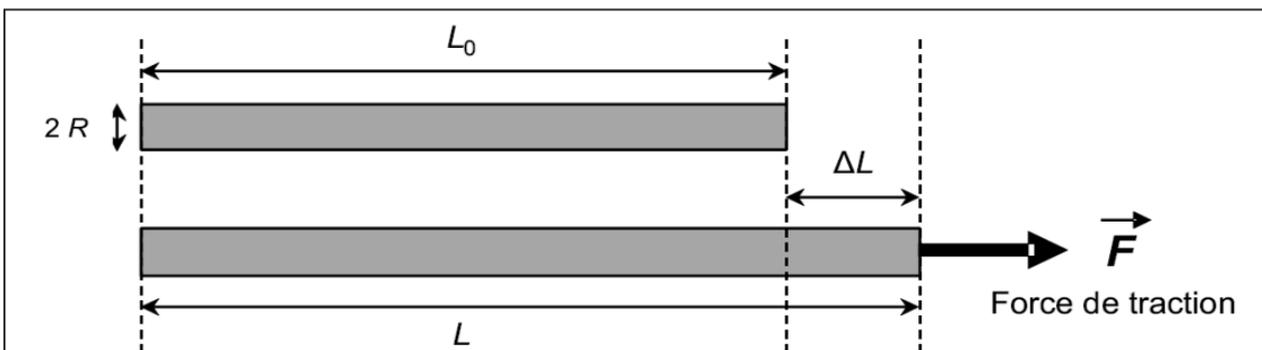
3.6. La mesure par diffraction du diamètre du fil d'araignée réalisée dans la partie précédente est-elle cohérente avec la mesure effectuée au microscope optique ? Détailler la réponse.

3.7. Quelle méthode est-il préférable d'utiliser pour réaliser cette mesure ? Justifier votre réponse.

4. Élasticité et solidité d'un fil d'araignée

Dans les forêts tropicales d'Amérique, la néphile clavipes est l'une des araignées les plus communes et les plus impressionnantes. Sa toile dépasse souvent un mètre de diamètre, les fils de soie ont des reflets dorés et collent fortement. Si par mégarde, vous prenez une telle toile dans le visage lors d'une sortie nocturne, vous verrez que les fils ne cèdent pas ! Ils sont si résistants que l'on cherche à les utiliser dans la fabrication de gilets pare-balles.

Modèle élastique d'une fibre cylindrique



Lorsque l'on soumet une fibre élastique cylindrique de rayon R et de longueur L_0 à une force longitudinale de valeur F appelée « force de traction », la fibre s'allonge et acquiert une nouvelle longueur $L > L_0$. Aux faibles valeurs de F , l'allongement $\Delta L = L - L_0$ de la fibre est proportionnel à la valeur de la force appliquée et satisfait à la relation suivante :

$$\Delta L = \frac{F \cdot L_0}{E \cdot \pi \cdot R^2}$$

où E est une constante appelée « module de traction » qui dépend de la nature de la fibre.

Valeurs usuelles du module de traction E de différentes fibres synthétiques et naturelles

Matériau	Cheveu	Nylon	Laine	Soie de la néphile clavipes
Module de traction E (N.m^{-2})	10×10^9	3×10^9	14×10^9	8×10^9

Donnée : Intensité de la pesanteur terrestre : $g = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$

4.1. Par une analyse dimensionnelle, vérifier que le module de traction d'une fibre élastique s'exprime en N.m^{-2} .

4.2. On soumet un fil de soie d'araignée néphile clavipes de rayon $R = 2,5 \mu\text{m}$ et de longueur initiale $L_0 = 6,5 \text{ cm}$ à une force de traction de valeur $F = 0,03 \text{ N}$. Le fil s'allonge alors jusqu'à atteindre une longueur $L = 7,7 \text{ cm}$. Vérifier que ces valeurs expérimentales sont en accord avec la valeur du module de traction de la soie de cette araignée fournie dans l'énoncé.

4.3. Expliquer qualitativement comment varie l'élasticité d'une fibre en fonction de la valeur de son module de traction, puis comparer les propriétés élastiques d'un fil d'araignée néphile clavipes, d'un cheveu, du nylon et de la laine.

4.4. Sachant qu'un fil de soie de néphile clavipes de rayon $R = 2,5 \mu\text{m}$ peut s'allonger au maximum de 35% avant de rompre, calculer la masse maximale que l'on peut suspendre verticalement à un tel fil avant sa rupture.



Figure 2 : vue de dessus : le fil est perpendiculaire au plan de la figure

a (mm)	0,040	0,060	0,080	0,100	0,120
L (mm)	63	42	32	27	22
$x = \frac{1}{a}$ (mm ⁻¹)					

Courbe $L=f(x)$ – Echelle pour x : 1 cm pour 2 mm⁻¹ ; Echelle pour L : 1 cm pour 5 mm

