Terminale	Série 2 : Probabilité	OMRI Rafik

Exercice N°1 :

Dans tout cet exercice, les probabilités seront arrondies, si nécessaire, à 10^{-3}.

D'après une étude, les utilisateurs réguliers de transports en commun représentent 17 % de la population française.
Parmi ces utilisateurs réguliers, 32 % sont des jeunes âgés de 18 à 24 ans.

Partie A :

On interroge une personne au hasard et on note :

- R l'évènement : « La personne interrogée utilise régulièrement les transports en commun ».
- J l'évènement : « La personne interrogée est âgée de 18 à 24 ans ».

1) Représentez la situation à l'aide d'un arbre pondéré, que l'on complétera au fur et à mesure de l'énoncé.
2) Calculer la probabilité $p(\mathrm{R} \cap \mathrm{J})$.
3) D'après cette même étude, les jeunes de 18 à 24 ans représentent 11 % de la population française.
   Montrer que la probabilité que la personne interrogée soit un jeune de 18 à 24 ans n'utilisant pas régulièrement les transports en commun est 0,056 à 10^{-3} près.
4) En déduire la proportion de jeunes de 18 à 24 ans parmi les utilisateurs non réguliers des transports en commun.

Partie B :

Lors d'un recensement sur la population française, un recenseur interroge au hasard 50 personnes en une journée sur leur pratique des transports en commun.
La population française est suffisamment importante pour assimiler ce recensement à un tirage avec remise.
Soit X la variable aléatoire dénombrant les personnes utilisant régulièrement les transports en commun parmi les 50 personnes interrogées.

1) Déterminer, en justifiant, la loi de X et préciser ses paramètres.
2) Calculer $p(X = 5)$ et interpréter le résultat.
3) Le recenseur indique qu'il y a plus de 95 % de chance pour que, parmi les 50 personnes interrogées, moins de 13 d'entre elles utilisent régulièrement les transports en commun.
   Cette affirmation est-elle vraie ? Justifier votre réponse.
4) Quel est le nombre moyen de personnes utilisant régulièrement les transports en commun parmi les 50 personnes interrogées ?

Exercice N°2 :

Le directeur d'un hôtel tente de louer toutes ses chambres malgré les défections de quelques clients. Il a instauré un système de réservations et a constaté que 20 % des clients réservent par téléphone, les autres utilisent internet.
Mais certains clients ayant réservé ne viennent pas ; cela concerne 4 % des clients ayant réservé par téléphone, et 10% des clients ayant réservé par internet.
On considère une réservation prise au hasard. Soit les événements :

- T : « la réservation a été faite par téléphone » ;
- I : « la réservation a été faite par Internet » ;
- H : « le client se présente à l'hôtel ».

1) a) Représenter la situation par un arbre de probabilité.
   b) Montrer que $p(\mathrm{H}) = 0,912$.
   c) On considère un client présent dans l'hôtel. Quelle est la probabilité qu'il ait réservé par internet ? (arrondir au millième)

2) Le directeur sait qu'il ne peut accueillir que 100 clients. Mais il a accordé 106 réservations. Soit X la variable aléatoire qui dénombre les clients qui se présentent à l'hôtel.
   a) Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.
   b) Quelle est la probabilité que les 106 clients se présentent à l'hôtel ? (arrondir à 10^{-5})
   c) Quelle est la probabilité que le directeur se retrouve en situation de surréservation, c'est à dire qu'au moins 101 clients se présentent à l'hôtel ? (arrondir au centième)
   d) Quel est le nombre maximum de réservations que doit accorder le directeur pour être certain à 99 % que tous les clients qui se présenteront à l'hôtel aient une chambre ? On expliquera clairement la méthode utilisée.

Exercice N°3 :

Pour préparer l'examen du permis de conduire, on distingue deux types de formation : la formation avec conduite accompagnée et la formation traditionnelle.

Dans un groupe de 300 personnes venant de réussir l'examen du permis de conduire :

- 75 personnes ont suivi une formation avec conduite accompagnée dont 50 ont réussi l'examen à leur première présentation et les autres ont réussi à leur deuxième présentation.
- Parmi les personnes ayant suivi une formation traditionnelle, 100 ont réussi l'examen à la première présentation et 50 à la troisième présentation.

On interroge au hasard une personne du groupe. On considère les événements suivants :

A : « la personne a suivi une formation avec conduite accompagnée » ;
R_1 : « la personne a réussi l'examen à la première présentation » ;
R_2 : « la personne a réussi l'examen à la deuxième présentation » ;
R_3 : « la personne a réussi l'examen à la troisième présentation ».

1) Recopier et compléter le tableau suivant :

	A	$\overline{\text{A}}$	Total
R_1			
R_2			
R_3			
Total			300

Donner les probabilités suivantes sous forme d'une fraction irréductible.

2) a) Calculer la probabilité que la personne interrogée ait suivi une formation avec conduite accompagnée et réussi l'examen à sa deuxième présentation.

b) Calculer la probabilité que la personne interrogée ait réussi l'examen à sa deuxième présentation.

c) La personne interrogée a réussi l'examen à sa deuxième présentation. Quelle est la probabilité qu'elle ait suivi une formation avec conduite accompagnée ?

3) On note X la variable aléatoire qui, à toute personne choisie au hasard dans le groupe, associe le nombre de fois où elle s'est présentée à l'examen jusqu'à sa réussite.

a) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

b) Calculer l'espérance de cette variable aléatoire. Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.

Exercice N°4 :

Partie A En utilisant sa base de données, la sécurité sociale estime que la proportion de Français présentant, à la naissance, une malformation cardiaque de type anévrisme est de 10%. L'étude a également permis de prouver que 30% des Français présentant, à la naissance, une malformation cardiaque de type anévrisme, seront victimes d'un accident cardiaque au cours de leur vie alors que cette proportion n'atteint plus que 8% pour ceux qui ne souffrent pas de cette malformation congénitale.

On choisit au hasard une personne dans la population française et on considère les évènements :
M : « La personne présente, à la naissance, une malformation cardiaque de type anévrisme »
C : « La personne est victime d'un accident cardiaque au cours de sa vie ».

1. a Calculer $P(M \cap C)$.
   b Calculer $P(C)$.
2. On choisit au hasard une victime d'un accident cardiaque. Quelle est la probabilité qu'elle présente une malformation cardiaque de type anévrisme ?

Partie B La sécurité sociale décide de lancer une enquête de santé publique, sur ce problème de malformation cardiaque de type anévrisme, sur un échantillon de 400 personnes, prises au hasard dans la population française.
On note X la variable aléatoire comptabilisant le nombre de personnes de l'échantillon présentant une malformation cardiaque de type anévrisme.

1. Définir la loi de la variable aléatoire X.
2. Déterminer $P(X = 35)$.
3. Déterminer la probabilité que 30 personnes de ce groupe, au moins, présentent une malformation cardiaque de type anévrisme.

Exercice N°5 :

Un jeu de hasard sur ordinateur est paramétré de la façon suivante :

- Si le joueur gagne une partie, la probabilité qu'il gagne la partie suivante est $\frac{1}{4}$;
- Si le joueur perd une partie, la probabilité qu'il perde la partie suivante est $\frac{1}{2}$;
- La probabilité de gagner la première partie est $\frac{1}{4}$.

Pour tout entier naturel n non nul, on note G_n l'évènement « la n^e partie est gagnée » et on note p_n la probabilité de cet évènement. On a donc $p_1 = \frac{1}{4}$.

1. Montrer que $p_2 = \frac{7}{16}$.

2. Montrer que, pour tout entier naturel n non nul, $p_{n+1} = -\frac{1}{4}p_n + \frac{1}{2}$.

3. On obtient ainsi les premières valeurs de p_n :

n	1	2	3	4	5	6	7
p_n	0,25	0,437 5	0,390 6	0,402 3	0,399 4	0,400 1	0,399 9

Quelle conjecture peut-on émettre ?

4. On définit, pour tout entier naturel n non nul, la suite (u_n) par $u_n = p_n - \frac{2}{5}$.

a. Démontrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.

b. En déduire que, pour tout entier naturel n non nul, $p_n = \frac{2}{5} - \frac{3}{20}\left(-\frac{1}{4}\right)^{n-1}$.

c. La suite (p_n) converge-t-elle ? Interpréter ce résultat.