Terminale

Série 2 : Limites et continuité

OMRI Rafik

Exercice N°1 :

Dans chacun des cas déterminer les limites indiquées.

1. $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{x^2 - 3x}$

2. $\lim\limits_{x \to -1^+} \sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}$

3. $\lim\limits_{x \to -\infty} x\sqrt{1 + \dfrac{1}{x^2}}$

Exercice N°2 :

Dans chacun des cas déterminer les limites indiquées.

1. $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1}$

2. $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{x^2+4x} - x$

3. $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{x^3+2x^2-x-2}{x^2-4}$

4. $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{\sqrt{3x}-3}{x-3}$

Exercice N°3 :

Soit f une fonction dont le tableau de variations est :

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f(x)$	-5	$\searrow$	-8	$\nearrow$	5

Déterminer, en justifiant, le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$ sur $\mathbb{R}$.

Exercice N°4 :

Soit f une fonction dont le tableau de variations est :

x	$-\infty$		-2		4		$+\infty$
$f(x)$	-1	$\nearrow$	2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	-1

Déterminer, en justifiant, le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$ sur $\mathbb{R}$.

Exercice N°5 :

Soit f une fonction dont le tableau de variations est :

x	$-\infty$		-3		5		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Déterminer, en justifiant, le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 1$ sur $\mathbb{R}$.

Exercice N°6 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - x^2 + x + 2$.

1. Déterminer le tableau de variations complet de la fonction f.
2. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ ne possède qu'une unique solution notée α.
3. Fournir un encadrement au centième de α.

Exercice N°7 :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{2x^3}{3} - \dfrac{x^2}{2} - x + 3$.

1. Étudier les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
2. Dresser le tableau de variations complet de la fonction f.
3. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ n'admet aucune solution sur l'intervalle $\left[-\dfrac{1}{2}; +\infty\right[$.
4. En déduire que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur $\mathbb{R}$.
5. Fournir un encadrement au centième de α.

Exercice N°8 :

On considère la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = 9x + (15 - 2x)\sqrt{x}$ et la fonction g définie également sur $[0; +\infty[$ par $g(x) = 18\sqrt{x} - 6x + 15$.

1. Dresser le tableau de variations complet de la fonction g.
2. Démontrer, sans la résoudre, que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution sur $[0; +\infty[$ que l'on notera α.
3. Fournir un encadrement au centième de α.
4. En déduire le signe signe de $g(x)$ pour tout $x \in [0; +\infty[$.
5. Démontrer que, pour tout $x \in]0; +\infty[$ on a $f'(x) = \dfrac{g(x)}{2\sqrt{x}}$.
6. En déduire le tableau de variations complet de f.