Terminale	**Série 4** : Loi binomiale	OMRI Rafik

Exercice N°1 :

Un magasin vend des moteurs électriques tous identiques. Une étude statistique du service après-vente a permis d'établir que la probabilité qu'un moteur tombe en panne pendant la première année d'utilisation est égale à $0,12$.

Tous les résultats seront arrondis à 10^{-3}.

Une entreprise achète 20 moteurs électriques dans ce magasin.

On admet que le nombre de moteurs vendus dans ce magasin est suffisamment important pour que l'achat de 20 moteurs soit assimilé à 20 tirages indépendants avec remise. Soit X la variable aléatoire qui associe le nombre de moteurs tombant en panne durant la première année suivant cet achat.

1. Quelle est la loi de X ? Préciser ses paramètres ?
2. Quelle est la probabilité que deux moteurs exactement tombent en panne durant la première année d'utilisation ?
3. Quelle est la probabilité qu'au moins un des moteurs tombe en panne au cours de la première année d'utilisation ?
4. Déterminer l'espérance de X.

Exercice N°2 :

Désormais, le joueur doit effectuer 10 parties d'un même jeu. On suppose que toutes les parties sont indépendantes.

La probabilité de gagner chaque partie est égale à $\frac{1}{4}$.

Soit X la variable aléatoire égale au nombre de parties gagnées par le joueur.

1. (a) Quelle est la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X ? Justifier.
   (b) Quelle est la probabilité que le joueur gagne 4 parties ? Qu'il gagne au moins une partie ? Les résultats seront arrondis à 10^{-3} près.
   (c) Calculer l'espérance de X. Interpréter ce résultat.
2. Le joueur doit payer 30€ pour jouer les 10 parties. Chaque partie gagnée lui rapporte 8€.
   (a) Expliquer pourquoi ce jeu est désavantageux pour le joueur.
   (b) Calculer la probabilité pour un joueur de réaliser un bénéfice supérieur à 40€ ? Le résultat sera arrondi à 10^{-5} près.

Exercice N°3 :

Une étude statistique a établi qu'un client sur quatre pratique le surf dans une station de ski. Une télécabine accueille 80 clients dans une station. On appelle X la variable aléatoire qui associe parmi les 80 clients le nombre de ceux qui font du surf.

On donnera les résultats arrondis au millième.

1) Sous quelles condition peut-on affirmer que X suit une loi binomiale ?
   En donner alors les paramètres.
2) Quelle est la probabilité qu'il y ait exactement 20 clients pratiquant le surf ?
3) Quelle est la probabilité qu'il y ait au moins 25 clients pratiquant le surf ?
4) Quelle est la probabilité qu'il y ait entre 15 et 25 clients pratiquant le surf ?

Exercice N°4 :

Lors d'une communication électronique, tout échange d'information se fait par l'envoi d'une suite de 0 ou de 1, appelés bits, et cela par le biais d'un canal qui est généralement un câble électrique, des ondes radio, ...
Une suite de 8 bits est appelé un octet. Par exemple, 10010110 est un octet.

On se place dans le cas où l'on envoie, sur le canal, successivement 8 bits qui forment un octet. On envoie donc un octet au hasard. On suppose la transmission de chaque bit indépendante de la transmission des bits précédents. On admet que la probabilité qu'un bit soit mal transmis est égale à $0,01$.
On note X la variable aléatoire égale au nombre de bits mal transmis dans l'octet lors de cette communication.

On donnera les résultats arrondis à 10^{-4} près.

1) Quelle est la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X ? Justifier.
2) Déterminer la probabilité qu'exactement deux bits de l'octet soient mal transmis.
3) Que peut-on penser de l'affirmation suivante : « La probabilité que le nombre de bits mal transmis de l'octet soit au moins égal à trois est négligeable » ? Argumenter.

Exercice N°5 :

Tous les résultats seront arrondis à 10^{-3} près.

Une entreprise produit en grande quantité des stylos. La probabilité qu'un stylo présente un défaut est égale à 0,1.

1) On prélève dans cette production, successivement et avec remise huit stylos. On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de stylos présentant un défaut parmi les huit stylos prélevés.
   a) On admet que X suit une loi binomiale. Donner les paramètres de cette loi.
   b) Calculer la probabilité des événements suivants :
      A : « il n'y a aucun stylo avec un défaut » ;
      B : « il y a au moins un stylo avec un défaut » ;
      C : « il y a exactement deux stylos avec un défaut ».

2) En vue d'améliorer la qualité du produit vendu, on décide de mettre en place un contrôle qui accepte tous les stylos sans défaut et 20 % des stylos avec défaut. On prend au hasard un stylo dans la production. On note
   - D : « le stylo présente un défaut » ;
   - E : « le stylo est accepté après contrôle ».

   a) Construire un arbre traduisant les données de l'énoncé.
   b) Calculer la probabilité qu'un stylo soit accepté au contrôle.
   c) Justifier que la probabilité qu'un stylo ait un défaut sachant qu'il a été accepté au contrôle est égale à 0,022 à 10^{-3} près.

3) Après le contrôle, on prélève, successivement et avec remise, huit stylos parmi les stylos acceptés.
   On note Y la variable aléatoire qui compte le nombre de stylos présentant un défaut parmi les huit stylos prélevés après contrôle.

a) Calculer la probabilité qu'il n'y ait aucun stylo avec un défaut dans ce prélèvement de huit stylos.

b) Comparer ce résultat avec la probabilité de l'événement A calculée à la question 1) b). Quel commentaire peut-on faire ?

Exercice N°6 :

Sur un court de tennis, un lance-balle permet à un joueur de s'entraîner seul. Cet appareil envoie des balles une par une à une cadence régulière. Le joueur frappe alors la balle puis la balle suivante arrive.
Suivant le manuel du constructeur, le lance-balle envoie au hasard la balle à droite ou à gauche avec la même probabilité.

Dans tout l'exercice, on arrondira les résultats à 10^{-3} près.

Le joueur s'apprête à recevoir une série de 20 balles.

1) Soit X la variable aléatoire qui associe le nombre de balles envoyées à droite. Quelle est la loi que suit X. On ne demande pas de justification.
2) Quelle est la probabilité que le lance-balle envoie 10 balles à droite ?
3) Quelle est la probabilité que le lance-balle envoie entre 5 et 10 balles à droite ?

Exercice N°7 :

Une classe compte 30 élèves dont 20 filles. A chaque cours de mathématiques, le professeur interroge au hasard un élève de la classe, sans se rappeler quels élèves il a déjà interrogés.
On considère un entier positif ou nul n et on note X la variable aléatoire qui correspond au nombre de filles interrogées au cours de n jours consécutifs.

1) Quelle est la loi de X ?
2) Quelle est la probabilité que sur 10 jours consécutifs, soient interrogées 4 filles exactement ? au moins 4 filles ?
3) Quel doit être le nombre minimal de cours consécutifs pour que la probabilité qu'aucune fille ne soit interrogée soit inférieure à 0,001 ?

Exercice N°8 :

Une compagnie aérienne assure une ligne régulière avec un avion d'une capacité de 70 passagers. Les clients réservent gratuitement par Internet, sans obligation d'achat et sans pénalité en cas de non présentation.
La compagnie propose n places à la réservation ($n \geq 70$) et on suppose que les n places sont réservées mais seuls 95% des voyageurs se présentent à l'embarquement et achètent effectivement leur billet.
Le prix du billet s'élève à 90 €.
Du point de vue de la compagnie, la présence ou non d'un client à l'embarquement est une épreuve de Bernoulli et les n clients représentent n répétitions identiques et indépendantes de cette épreuve.
X est la variable aléatoire qui donne le nombre de passagers achetant effectivement leur billet parmi les n ayant réservé.

A. Sans surbooking

On suppose dans cette partie que $n = 70$.

1. Quelle es la loi suivie par X ?
2. Calculer la probabilité qu'il y ait au moins une place libre dans l'avion. *Arrondir au millième.*
3. Déterminer l'espérance et en déduire la recette moyenne du vol.

B. Avec surbooking

On suppose dans cette partie que $n = 80$. (la capacité restant de 70 passagers)

Si un voyageur ayant réservé arrive pour embarquer alors que l'avion est déjà complet, la compagnie lui verse un dédommagement de 45 €.

1. Quelle est la loi suivie par X ?
2. Calculer la probabilité qu'il y ait au moins une place libre dans l'avion. *Arrondir au millième.*
3. Calculer la probabilité qu'il y ait au moins un voyageur ayant réservé et ne pouvant pas embarquer. *Arrondir au millième.*
4. Calculer la recette moyenne du vol.