Terminale	Série 1 : Continuité des fonctions	OMRI Rafik

Exercice N°1 :

Étudier la continuité de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f : x \longmapsto f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x < 0 \\ -\mathrm{e}^{x^2} & \text{si } x \geqslant 0 \end{cases}$$

Exercice N°2 :

1. On considère une fonction f définie sur $]0; +\infty$ telle que, pour tout $x \in]0; +\infty[$:

$$-\frac{1}{x} + 3 \leqslant f(x) \leqslant \frac{1}{x} + 3.$$

   (a) Déterminer la limite de f en $+\infty$.

   (b) Peut-on déterminer si f admet une limite en 0 ?

2. Soit f la fonction définie sur $]2; +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2+5}-3}{x-2}$.

   (a) Démontrer que, pour tout $x \in]2; +\infty[$, $f(x) = \dfrac{x+2}{\sqrt{x^2+5}+3}$.

   (b) Étudier la limite de f en 2.

Exercice N°3 :

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-1}{x+1} & \text{si } x \neq -1 \\ m & \text{si } x = -1 \end{cases}$$

Quelle valeur doit-on donner à m pour que la fonction f soit continue sur $\mathbb{R}$?

Exercice N°4 :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} & \text{si } x > 1 \\ \dfrac{2x-1}{3x+1} & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

La fonction f est-elle continue sur $[0; +\infty[$?

Exercice N°5 :

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}*$ par

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{2}\sqrt{x^2+3} & \text{si } x > 1 \\ \dfrac{1}{x} & \text{pour } x < 0 \text{ et } 0 < x \leq 1 \end{cases}$$

1. La fonction f est-elle continue sur $]-\infty; 0[$ et sur $]0; +\infty[$?