Terminale	**Série 2** : Vecteurs, droites et plans l'espace	OMRI Rafik

Exercice N°1 : Équations paramétriques d'une droite

Dans un repère $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$, $A(-2,3,1)$ et $B(5,2,-2)$

1. Calculer une représentation paramétrique de (AB) en considérant que c'est la droite de vecteur directeur $\overrightarrow{AB}$ et passant par le point A.
2. Calculer une autre représentation paramétrique de (AB) en considérant que c'est la droite de vecteur directeur $\overrightarrow{AB}$ et passant par le point B.
3. Les points $M(-9,4,4)$ et $N(12,1,1)$ appartiennent-ils à cette droite ?

Exercice N°2 :

Démontrer que les droites $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$ de représentations paramétriques :

$$\mathscr{D} : \begin{cases} x = -1+5t \\ y = -3-t \\ z = -4t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad \mathscr{D}' : \begin{cases} x = 9+15t' \\ y = -5-3t' \\ z = -8-12t' \end{cases} \quad t' \in \mathbb{R}, \text{ sont confondues.}$$

Exercice N°3 :

Démontrer que les droites $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$ de représentations paramétriques :

$$\mathscr{D} : \begin{cases} x = -3+4t \\ y = 4t \\ z = 1+12t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad \mathscr{D}' : \begin{cases} x = -1+t' \\ y = 2+t' \\ z = 5+3t' \end{cases} \quad t' \in \mathbb{R}, \text{ sont strictement parallèles.}$$

Exercice N°4 :

Démontrer que les droites $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$ de représentations paramétriques :

$$\mathscr{D} : \begin{cases} x = -3+t \\ y = t \\ z = 1+3t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad \mathscr{D}' : \begin{cases} x = -1+t' \\ y = 2-2t' \\ z = 5+3t' \end{cases} \quad t' \in \mathbb{R}, \text{ sont non coplanaires.}$$

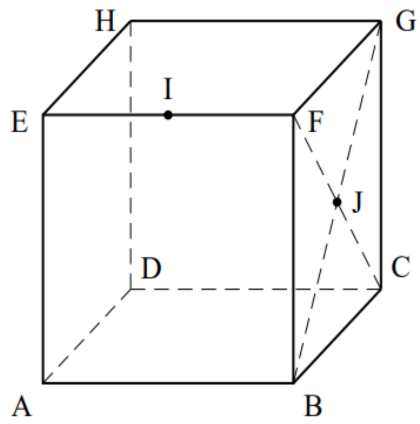
Exercice N°5 :

Démontrer que les droites $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$ de représentations paramétriques :

$$\mathscr{D} : \begin{cases} x = -3+t \\ y = 2-t \\ z = 1+t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad \mathscr{D}' : \begin{cases} x = t' \\ y = 1+t' \\ z = -1-4t' \end{cases} \quad t' \in \mathbb{R}, \text{ sont sécantes.}$$

Exercice N°6 :

Soit le cube ABCDEFGH de côté 1. Soit I et J les milieux respectifs de [EF] et [BG] et $(A\ ;\ \overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AD},\ \overrightarrow{AE})$ un repère orthonormé de l'espace.



1) a) Montrer que $\overrightarrow{DJ}$ est normal au plan (BGI).

   b) Déterminer une équation cartésienne du plan (BGI).

2) On note d la droite passant par F et orthogonale au plan (BGI).

   a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite d.

   b) Déterminer les coordonnées du point L intersection de la droite d et du plan (BGI).

3) On rappelle que le volume V d'une pyramide est donné par la formule : $V = \frac{1}{3} \times \mathscr{B} \times h$.

   où $\mathscr{B}$ est l'aire d'une base et h la hauteur associée à cette base.

   a) Calculer le volume de la pyramide FBGI.

   b) En déduire l'aire du triangle BGI.

Exercice N°7 :

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $\left(O,\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath},\ \vec{k}\right)$.
Soit les points A(1 ; 1 ; 4) ; B(4 ; 2 ; 5) ; C(3 ; 0 ; −2) et J(1 ; 4 ; 2). On note :

- (P) le plan passant par les points A, B et C ;
- d la droite passant par le point J et de vecteur directeur $\vec{u}(1\ ;\ 1\ ;\ 3)$.

1) Position relative de (P) et de d

   a) Montrer que le vecteur $\vec{n}(1\ ; -4\ ;\ 1)$ est normal à (P).

   b) Déterminer une équation cartésienne du plan (P).

   c) Montrer que d est parallèle à (P).

On rappelle que, un point I et un réel $r > 0$ étant donnés, la sphère de centre I et de rayon r est l'ensemble des points M vérifiant IM = r.
On considère le point I(1 ; 9 ; 0) et on appelle (S) la sphère de centre I et de rayon 6.

2) Position relative de (P) et de (S)

   a) Montrer que la droite Δ passant par I et orthogonale au plan (P) coupe ce plan (P) au point H(3 ; 1 ; 2).

   b) Calculer la distance IH.

   On admet que pour tout point M du plan (P) on a IM ⩾ IH.

   c) Le plan (P) coupe-t-il la sphère (S) ? Justifier la réponse

3) Position relative de d et de (S).

   a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite d.

b) Montrer qu'un point M de coordonnées $(x\ ;\ y\ ;\ z)$ appartient à la sphère (S) si et seulement si : $(x-1)^2+(y-9)^2+z^2=36$.

c) Montrer que la droite d coupe la sphère en deux points distincts.
On ne cherchera pas à déterminer les coordonnées de ses points.