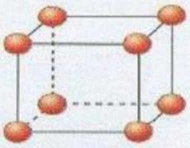
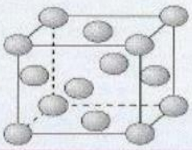
Série N°1 : 1ère	Des édifices organisés : les cristaux	Omri Rafik

Exercice N°1 :

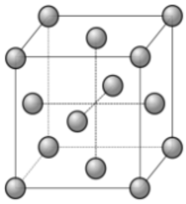
Correction

	1	2	3
A - Le chlorure de sodium :	✖ est constitué de molécules.	✖ est un cristal.	✖ possède une maille cubique.
B - 	Il s'agit de la maille d'une structure cubique à faces centrées.	On dénombre huit entités par maille.	On dénombre une entité par maille. ✖
C - 	✖ C'est une représentation en perspective cavalière.	Il s'agit de la maille d'une structure cubique simple.	✖ On dénombre quatre entités par maille.
D - La compacité :	s'exprime en m³.	est toujours supérieure à 1.	✖ est plus petite pour une structure cubique simple que pour une structure cubique à faces centrées.

Exercice N°2 :

Données : Pour le cuivre, paramètre de maille : $a = 361$ pm; Masse atomique du cuivre : $m_{Cu} = 1,05 \times 10^{-25}$kg.

1. Maille cubique à faces centrées en perspective cavalière.



2. Nombre d'atomes de cuivre par maille : N=8x1/8(pour les 8 sommets) + 6x1/2(pour le centre des 6 faces) = 4 atomes

3. La masse volumique du cuivre est le rapport entre la masse des atomes dans une maille et le volume de la maille ($\rho=m/V$) :

Avec :

Masse de la maille : $m=4\times m_{Cu}$

Volume da la maille : $V=4/3.\pi.a^3$. Pour avoir le volume en m³, il faut convertir a en m : **a=361 pm= 361×10^{-12} m**

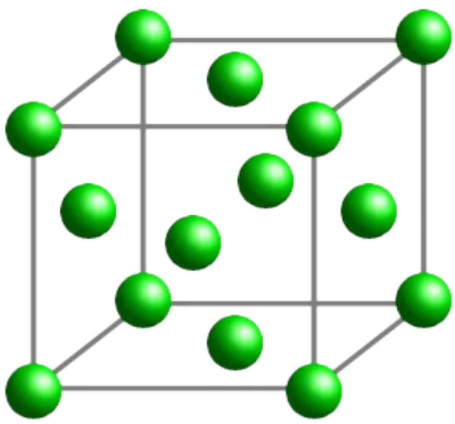
D'où :

$$\rho=\frac{m}{V}=\frac{4\times m_{Cu}}{a^3}=\frac{4\times1,05\times10^{-25}}{\left(361\times10^{-12}\right)^3}=8,93\times10^3\ kg.m^{-3}\approx8,9\times10^3\ kg.m^{-3}$$

On constate que $\rho\approx\rho_{Cu}$.

Exercice N°3 : Les diamants, des mines de crayon de haute pression

1°) Perspective cavalière de la maille du réseau cubique à faces centrées : Ci-contre



2°) Représentation d'une face du cube : ci-dessous

En appliquant le théorème de Pythagore, on peut écrire :

$a^2 + a^2 = (4r)^2$

D'où

$2a^2 = 16r^2$

Soit $r = a\sqrt{2}/4$

3°) Compacité c de la maille :

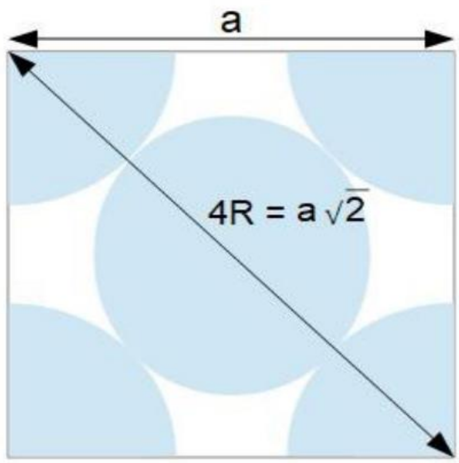
c = V(atomes)/V(maille).

Avec V(atomes), le volume occupé par les atomes de

la maille et V(maille), le volume de la maille.
On a V(maille) = a^3 et il y a en tout 4 atomes dans une maille, soit V(atomes) =

$$4x\ \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{16}{3}\pi\left(\frac{a\sqrt{2}}{4}\right)^3 = \frac{16}{3}\pi\frac{2\sqrt{2}a^3}{64} =$$

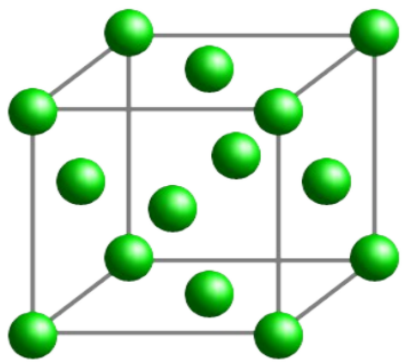
$\pi a^3\ \sqrt{2}\ /6$.



La compacité vaut c = $\pi a^3\ \sqrt{2}\ /6a^3 = \pi\ \sqrt{2}\ /6$ = 0,74.
4°) La compacité mesurée pour le diamant est plus faible que celle de la structure cubique à faces centrées calculée précédemment.
On pourrait en conclure que le diamant n'a pas cette structure cristalline.
5°) Le diamant et le graphite n'ont pas la même structure cristalline et donc pas la même compacité. Cela conduit à des masses volumiques différentes.
6°) A cause de l'érosion dans anciens conduits volcaniques qui ont mis à jours les couches autrefois en profondeur.

Exercice N°4 :

Structure cristalline du diamant



3°) a) Maille du réseau cubique à face centrées :
b) Il y a 8 atomes au sommet de chacun des 8 sommets du cube et 6 atomes au centre de chacune des 6 faces.
Chaque atome au sommet compte pour 1/8 et chaque atome au centre de chaque face compte pour ½, soit un total de 8x1/8 + 6x1/2 = 1 + 3 = 4 atomes.
c) Le théorème de Pythagore permet d'écrire :
$a^2 + a^2 = (4r)^2$ soit $2a^2 = 16r^2$ et donc $a = 2\ \sqrt{2}\ r$.
d) La masse volumique du diamant s'exprime comme

$\rho = \dfrac{4m}{V(\text{maille})}$ car il y a 4 atomes dans le volume d'une maille.

Le volume d'une maille est V(maille) = $a^3 = 8x2\ \sqrt{2}\ r^3 = 16\ \sqrt{2}\ r^3$.
On a donc :

$$\rho = \frac{4m}{16\sqrt{2}r^3} = \frac{m}{4\sqrt{2}r^3} = 0{,}18x\ \frac{m}{r^3}\ .$$

4°) Avec m = $2{,}0.10^{-26}$ kg et r = 70 pm = 70.10^{-12} m , on a $\rho = 0{,}18x\ \dfrac{2{,}0.10^{-26}}{(70.10^{-12})^3} =$

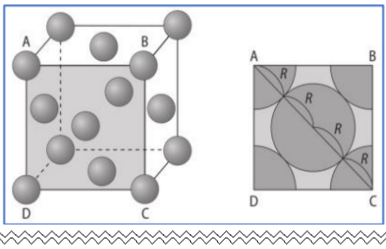
$1{,}05.10^4$ kg/m^3 .
La masse volumique calculée est trop grande pour que le diamant ai une structure cubique à face centrée.

Exercice N°5 : Structures cristallines du fer

<u>Données :</u> Paramètre de maille du fer γ : $a_{Fe\gamma}$ = 365 pm ; Masse atomique du fer : m_{Fe} = 9.28 x 10^{-26} kg.

1. Non, La maille du fer α n'est pas celle d'une structure cubique simple, car un atome de fer se trouve au centre du cube.
2.a. voir ex.1 question 1.
b. Nombre d'atomes par maille : N=8x1/8(pour les 8 sommets) + 6x1/2(pour le centre des 6 faces) = 4 atomes

3.a. Dans une structure cfc, les atomes se touchent suivant la diagonale d'une face. On a donc :



On a donc :
- Dans le triangle ABC : $AC^2=a^2+a^2$ soit $AC^2=2a^2$ d'où : $AC = a\sqrt{2}$
- Or AC=4R.

Soit : $4R = a\sqrt{2}$ ou $a_{Fe\gamma} = \frac{4R}{\sqrt{2}}$

b. Calcul la compacité du fer γ.

On sait que : $C = \dfrac{\text{volume des atomes}}{\text{Volume de la maille}} = \dfrac{N \times \text{volume d'un atome}}{\text{Volume de la maille}}$

On a donc :

$$C = \frac{4\times\frac{4}{3}\pi\times R^3}{a^3} = \frac{4\times\frac{4}{3}\times\pi\times R^3}{\left(\frac{4R}{\sqrt{2}}\right)^3} = \frac{4\times\frac{4}{3}\times\pi\times R^3}{\frac{64R^3}{2\sqrt{2}}} = \frac{4\times4\times\pi\times R^3\times2\sqrt{2}}{3\times64R^3} = \frac{4\times4\times\pi\times R^3\times2\sqrt{2}}{3\times64R^3} = \frac{\pi\times\sqrt{2}}{6} = 0{,}74$$

c. La compacité du nickel, qui cristallise selon la structure cubique à faces centrées, est aussi 0,74 car la compacité dépend uniquement de la structure, et pas de la nature des entités.

4.a. Masse volumique ρ_γ du fer γ :

$$\rho_\gamma = \frac{m_{maille}}{V_{maille}} = \frac{4\times m_{Fe}}{a^3} = \frac{4\times9{,}28\times10^{-26}}{\left(365\times10^{-12}\right)^3} = 7{,}63\times10^3\ \text{kg.m}^{-3}$$

b. On constate que la masse volumique du fer γ est différente de celle du fer α (ρ_α = 7,53 x 10^3 kg.m^{-3}). On peut donc en déduire que la masse volumique du fer dépend de la structure cristalline.

Exercice N°6 :

a. Non, c'est la maille qui a une forme cubique, les entités ont toujours une forme sphérique.

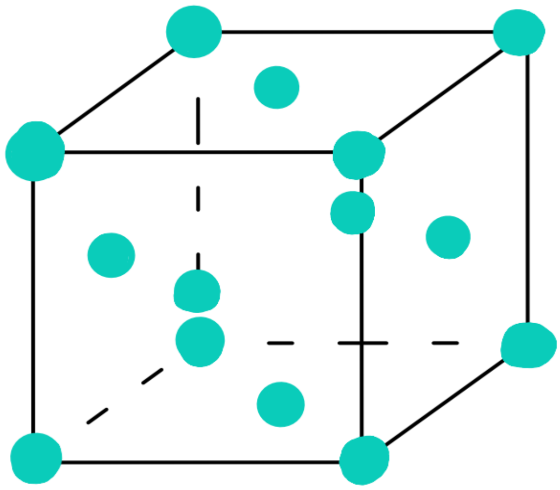
b. Non, un cristal est une structure ordonnée, or il existe des solides formés par des structures désordonnées (amorphes) comme les verres.

c. Non, la masse volumique d'un cristal dépend de sa composition chimique, mais aussi de sa structure cristalline (sc, cc, cfc,….).

d. Non, une espèce chimique peut cristalliser selon plusieurs types de structure selon les conditions de cristallisation.

Exercice N°7 : Les gaz nobles à l'état solide

1. (2 points) Représentez la maille CFC.



2. (1 point) Démontrer que pour un réseau CFC, $a = \frac{4}{\sqrt{2}}r$.

D'après le théorème de Pythagore : $a^2 = (2r)^2 + (2r)^2$

on a donc $a^2 = 8r^2 = \frac{16}{2}r^2$

D'où $a = \sqrt{\frac{16}{2}r^2} = \frac{4}{\sqrt{2}}r$

3. (2 points) Déduisez-en les rayons atomiques du néon.

néon : $r_{néon} = \frac{a\sqrt{2}}{4} = \frac{0{,}443\sqrt{2}}{4} = 0{,}157$ nm

De la même façon pour l'argon : $r_{argon} = 0{,}186$ nm

pour le krypton : $r_{krypton} = 0{,}202$ nm pour le xénon : $r_{xénon} = 0{,}218$ nm

4. (3 points) Calculez la masse volumique du néon à l'état solide.

néon : $\rho_{néon} = \frac{m_{maille}}{V_{maille}} = \frac{2\times m_{néon}}{a^3} = \frac{4\times3{,}35\cdot10^{-23}}{(0{,}443\cdot10^{-7})^3} = 1{,}54\ g\cdot cm^{-3}$

De même pour l'argon : $\rho_{argon} = 1{,}83\ g\cdot cm^{-3}$

Pour le krypton : $\rho_{krypton} = 2{,}99\ g\cdot cm^{-3}$

Pour le xénon : $\rho_{xénon} = 3{,}69\ g\cdot cm^{-3}$

5. (1 point) Déterminer la multiplicité d'une telle maille. Justifier.

Une maille cubique face centrée a 8 atomes sur les sommets du cube (de contribution 1/8) et 6 atomes sur les faces (de contribution 1/2), la multiplicité est donc de

$$Z = 8 \times \frac{1}{8} + 6 \times \frac{1}{2} = 4$$

6. (3 points) Formule de compacité : $C = \frac{Z\frac{4}{3}\pi\, r^3}{a^3}$. Calculer la compacité du néon. Dépend-elle du rayon de l'atome ?

Justifier.

$$C = \frac{Z\,4/3\,\pi r^3}{a^3} = \frac{Z\,4/3\,\pi \cancel{r^3}}{(4/\sqrt{2}\,\cancel{r})^3} = \frac{Z\,4/3\,\pi}{(4/\sqrt{2})^3} = 0{,}74$$

Comme on peut le voir sur la formule simplifiée, la compacité ne dépend pas du rayon de l'atome.