Terminale | **Série 5** : Loi binomiale | OMRI Rafik

Correction

Exercice N°1 : d'après Liban mai 2018

1. On répète 80 fois la même expérience aléatoire. Toutes les "tirages" sont identiques, indépendants. Chaque expérience possède exactement deux issues : S et S.
   De plus $P(S) = 0,021\,92$.
   X suit donc la loi binomiale de paramètres $n = 80$ et $p = 0,021\,92$.

2. $E(X) = np = 1,753\,6$.
   Un moyenne environ $1,7$ personnes feront sonner le portique.

3. La probabilité qu'au moins une personne du groupe fasse sonner le portique est :
   $P(X \geqslant 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - (1 - 0,021\,92)^{80} \approx 0,830$

   La probabilité qu'au maximum 5 personnes fassent sonner le portique est :
   $P(X \leqslant 5) \approx 0,992$ d'après la calculatrice.

4. En utilisant le mode *table* de la calculatrice on obtient :
   $P(X \leqslant 2) \approx 0,744$ et $P(X \leqslant 3) \approx 0,901$
   Donc 3 est le plus petit entier tel que $P(X \leqslant n) \geqslant 0,9$.

Exercice N°2 : d'après Asie juin 2018

On effectue 25 tirages aléatoires, identiques et indépendants.
À chaque tirage il n'y a que deux issues : l'événement E "l'entreprise lui répond" et E.
De plus $p(E) = 0,2$.
La variable aléatoire X comptant le nombre de réponse suit donc la loi binomiale de paramètres $n = 25$ et $p = 0,2$.
Ainsi $p(X \geqslant 5) = 1 - p(X \leqslant 4) \approx 0,58$.

Exercice N°3 : d'après Antilles Guyane juin 2018

1. Il y a 10 tirages indépendants, aléatoires, identiques.
   À chaque tirage, il n'y a que deux issues : T et T.
   De plus $p(T) = 0,3$
   La variable aléatoire Y suit donc la loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,3$.

2. $P(Y = 3) = \binom{10}{3} \times 0,3^3 \times 0,7^{10-3} \approx 0,27$
   La probabilité que Victor ait obtenu exactement 3 personnages de type « Terre » au début de ses 10 parties est environ égale à $0,27$

3. $P(Y \geqslant 1) = 1 - P(Y = 0) = 1 - 0,7^{10} \approx 0,97$.
   La probabilité que Victor ait obtenu au moins une fois un personnage de type « Terre » au début de ses 10 parties est environ égal à $0,97$.

Exercice N°4 : d'après Antilles Guyane septembre 2018

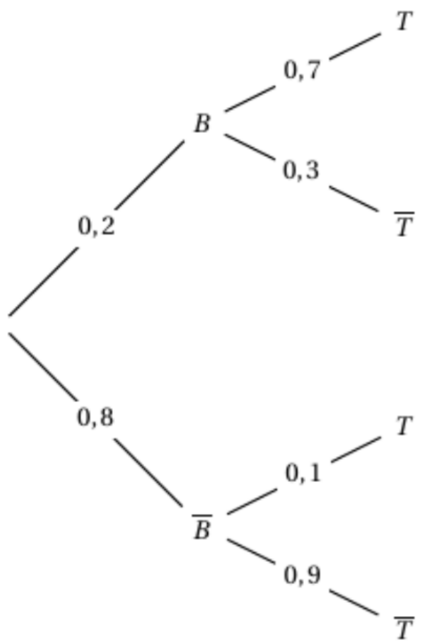
1. On veut calculer $p(X = 202) = \binom{202}{202} \times 0,971^{202} \approx 0,003$
   La probabilité que tous les clients se présentent à l'embarquement est environ égale à $0,003$.

2. On veut calculer $p(X = 201) = \binom{202}{201} \times 0,971^{201} \times (1 - 0,971) \approx 0,016$.
   La probabilité qu'un seul client parmi les 202 qui ont réservé ne se présente pas à l'embarquement est environ égale à $0,016$.

3. Ainsi $p(X > 200) = p(X = 201) + p(X = 202) \approx 0,018$.
La probabilité que la compagnie se trouve en situation de surréservation est environ égale à $0,019$.
Remarque : Si on n'utilise pas les arrondis précédents mais la valeur donnée directement par la calculatrice quand on calcule $p(X > 200) = 1 - p(X \leqslant 200)$ on obtient $p(X > 200) \approx 0,018$.

Exercice N°5 : Métropole juin 2017

1. On obtient l'arbre pondéré suivant :



2. **a.** On veut déterminer $p(B \cap T) = 0,2 \times 0,7 = 0,14$

b. D'après la formule des probabilités totales on a :
$$\begin{aligned} p(T) &= p(B \cap T) + p\left(B \cap T\right) \\ &= 0,14 + 0,8 \times 0,1 \\ &= 0,22 \end{aligned}$$

c. On veut calculer :
$$\begin{aligned} p_T(B) &= \frac{p(T \cap B)}{p(T)} \\ &= \frac{0,14}{0,22} \\ &= \frac{7}{11} \end{aligned}$$

3. **a.** On effectue 5 tirages aléatoires, identiques et indépendants. À chaque tirage, il y a deux issues : T et T. De plus $p(T) = 0,22$.
La variable aléatoire X suit donc la loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $p = 0,22$.

b. $P(X \geqslant 1) = 1 - p(X = 0) = 1 - 0,78^5 \approx 0,711$

c. L'espérance est $E(X) = np = 1,1$.