Terminale	Série 5 : Loi binomiale	OMRI Rafik

Exercice N°1 : d'après Liban mai 2018

80 personnes s'apprêtent à passer le portique de sécurité. On suppose que pour chaque personne la probabilité que le portique sonne est égale à $0,021\,92$.
Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de personnes faisant sonner le portique, parmi les 80 personnes de ce groupe.

1. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat.
3. Sans le justifier, donner la valeur arrondie à 10^{-3} de:
   - la probabilité qu'au moins une personne du groupe fasse sonner le portique;
   - la probabilité qu'au maximum 5 personnes fassent sonner le portique.
4. Sans le justifier, donner la valeur du plus petit entier n tel que $P(X \leqslant n) \geqslant 0,9$.

Exercice N°2 : d'après Asie juin 2018

Pour la recherche d'un emploi, une personne envoie sa candidature à 25 entreprises.
La probabilité qu'une entreprise lui réponde est de $0,2$ et on suppose que ces réponses sont indépendantes.
Quelle est la probabilité, arrondie au centième, que la personne reçoive au moins 5 réponses ?

Exercice N°3 : d'après Antilles Guyane juin 2018

Victor a téléchargé un jeu sur son téléphone. Le but de ce jeu est d'affronter des obstacles à l'aide de personnages qui peuvent être de trois types: “Terre”, “Air” ou “Feu”.
Au début de chaque partie, Victor obtient de façon aléatoire un personnage d'un des trois types et peut, en cours de partie, conserver ce personnage ou changer une seule fois de type de personnage.
On considère 10 parties jouées par Victor, prises indépendamment les unes des autres.
La probabilité que Victor obtienne un personnage de type “Terre” est $0,3$.
Y désigne la variable aléatoire qui compte le nombre de personnages de type “Terre” obtenus au début de ses 10 parties.

1. Justifier que cette situation peut être modélisée par une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. Calculer la probabilité que Victor ait obtenu exactement 3 personnages de type “Terre” au début de ses 10 parties.
3. Calculer la probabilité que Victor ait obtenu au moins une fois un personnage de type “Terre” au début de ses 10 parties.

Exercice N°4 : d'après Antilles Guyane septembre 2018

Une compagnie aérienne a mis en place pour une de ses lignes un système de sur-réservation afin d'abaisser les coûts.
Les réservations ne peuvent se faire qu'auprès d'une agence ou sur le site Internet de la compagnie.
Sur cette ligne, la compagnie affrète un appareil de 200 places et a vendu 202 réservations.
On suppose que le nombre de clients se présentant à l'embarquement peut être modélisé par une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 202$ et $p = 0,971$.

1. Calculer la probabilité que tous les clients se présentent à l'embarquement.
2. Calculer la probabilité qu'un seul client parmi les 202 qui ont réservé ne se présente pas à l'embarquement.
3. En déduire la probabilité que la compagnie se trouve en situation de sur-réservation (c'est-à-dire avec plus de clients qui se présentent à l'embarquement que de places).

Exercice N°5 : Métropole juin 2017

L'angine chez l'être humain est provoquée soit par une bactérie (angine bactérienne), soit par un virus (angine virale).
On admet qu'un malade ne peut pas être à la fois porteur du virus et de la bactérie.
L'angine est bactérienne dans 20% des cas.
Pour déterminer si une angine est bactérienne, on dispose d'un test. Le résultat du test peut être positif ou négatif. Le test est conçu pour être positif lorsque l'angine est bactérienne, mais il présente des risques d'erreur :

- si l'angine est bactérienne, le test est négatif dans 30% des cas ;
- si l'angine est virale, le test est positif dans 10% des cas.

On choisit au hasard un malade atteint d'angine. On note :

- B l'événement : "l'angine du malade est bactérienne" ;
- T l'événement : "le test effectué sur le malade est positif" .

On rappelle que si E et F sont deux événements, $p(E)$ désigne la probabilité de E et $p_F(E)$ désigne la probabilité de E sachant que F est réalisé. On note E l'événement contraire de E.

1. Représenter la situation par un arbre de probabilité.

2. **a.** Quelle est la probabilité que l'angine du malade soit bactérienne et que le test soit positif ?

   b. Montrer que la probabilité que le test soit positif est $0,22$.

   c. Un malade est choisi au hasard parmi ceux dont le test est positif. Quelle est la probabilité pour que son angine soit bactérienne ?

3. On choisit au hasard cinq malades atteints d'une angine.
On note X la variable aléatoire qui donne, parmi les cinq malades choisis, le nombre de malades dont le test est positif.
a. Quelle est la loi de probabilité suivie par X ?

   b. Calculer la probabilité qu'au moins l'un des cinq malades ait un test positif.

   c. Calculer l'espérance mathématique de X.