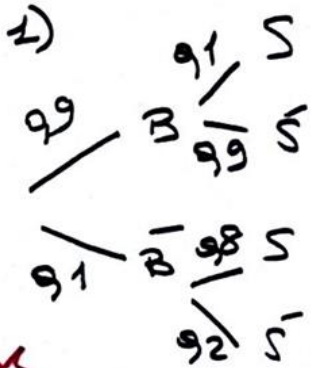
Série N°1 | **Variable aléatoire** | **1ère Spé**

Exercice N°1 :

Ex 1 : 1)



2) B ∩ S : « la personne entre avec un bon et achète un salon »

$p(B \cap S) = p(B) \times p_B(S)$
$= 0,9 \times 0,1 = 0,09$

Correction

3) B et $\bar{B}$ forment une partition de l'univers des personnes qui entrent dans le magasin

D'après la formule des probabilités totales

$P(S) = p(B \cap S) + p(\bar{B} \cap S)$
$= 0,09 + 0,1 \times 0,8 = 0,09 + 0,08 = 0,17$

4) $P_S(B) = \dfrac{P(B \cap S)}{P(S)} = \dfrac{0,09}{0,17} = \dfrac{9}{17} \simeq 0,53$

Situation de la personne entrant :	Elle a un bon et achète un salon	Elle a un bon et n'achète pas de salon	Elle n'a pas de bon et achète un salon	Elle n'a pas de bon et n'achète pas de salon
Bénéfice réalisé par le magasin en €	485	−15	500	0
Probabilité	0,09	0,81	0,08	0,02

5) Tableau

a) $485 \times 0,09 - 15 \times 0,81 + 500 \times 0,08 + 0 \times 0,02 = 71,5$

Le Bénéfice moyen par personne est de 71,50€

b) $E(x) = (500 - x) \times 0,9 - x \times 0,81 + 500 \times 0,08 + 0 \times 0,02$
$= 45 - 0,09x - 0,81x + 40$
$= 85 - 0,9x$

c) $E(x) = 76$
$\Leftrightarrow 85 - 0,9x = 76$
$\Leftrightarrow -0,9x = -9 \Leftrightarrow x = 10$

Pour obtenir un Bénéfice moyen de 76€, le prix de revient des bon doit être de 10€

Exercice N°2 :

I. Première partie

1. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,05 + 0,03 - 0,01 = 0,07.$

Rafmaths.com

2. $P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0,05 - 0,01 = 0,04$.

3. $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0,07 = 0,93$.

II. Deuxiéme partie

1. X peut prendre les valeurs 200, 240, 260 et 300.

2. Loi de probabilité de la variable aléatoire X :

x_i	200	240	260	300
$P(X = x_i)$	0,93	0,02	0,04	0,01

3. $E(X) = \sum_{i=1}^{4} x_i P(X = x_i) = 200 \times 0,93 + 240 \times 0,02 + 260 \times 0.04 + 300 \times 0,01 = 204,2$.

4. Ce nombre signifie que le coût moyen de fabrication d'un appareil est de 204, 20 euros.

Exercice N°3 :

1. (a) X_6 peut prendre les valeurs $-0,70$; $0,30$ et $3,30$.

   (b) Loi de probabilité de la variable a aléatoire X_6 :

x_i	$-0,70$	$0,30$	$3,30$
$P(X_6 = x_i)$	0,6	0,3	0,1

   (c) $E(X_6) = \sum_{i=1}^{4} x_i P(X_6 = x_i) = -0,7 \times 0,6 + 0,3 \times 0,3 + 3,3 \times 0,1 = 0$.

2. (a) Loi de probabilité de la variable aléatoire X_n :

x_i	$-0,70$	$0,30$	$3,30$
$P(X_n = x_i)$	$\frac{n}{n+4}$	$\frac{3}{n+4}$	$\frac{1}{n+4}$

   (b) $E(X_n) = \sum_{i=1}^{4} x_i P(X - n = x_i) = -0,7 \times \frac{n}{n+4} + 0,3 \times \frac{3}{n+4} + 3,3 \times \frac{1}{n+4} = \frac{-0,7n + 4,2}{n+4}$.

   (c) On doit avoir $\frac{-0,7n+4,2}{n+4} < 0 \iff -0,7n + 4,2 < 0$ puisque $n + 4$ est positif.
   Ce qui donne $n > 6$. Donc, le club doit mettre au moins 7 boules noires pour que l'espérance soit négative.

Exercice N°4 :

1) *Compléter le tableau suivant en inscrivant les pourcentages qui conviennent.*

	L	A	C	Total
R	10	5	25	40
$\overline{R}$	20	15	25	60
Total	30	20	50	100

2) *On interroge au hasard un membre du club. On appelle S la variable aléatoire qui à chaque adhérent associe le montant annuel à verser au club (cotisation plus participation éventuelle à la rencontre).*

a) *Quelles sont les valeurs prises par S ?*

S peut prendre les valeurs :

60 , 100 , $60+x$ et $100+x$.

Rafmaths.com

b) *Indiquer la loi de probabilité de S en fonction de x.*

20 adhérents de L et 15 adhérents de A n'ont pas participé à la journée de rencontre donc :

$$p(S=60)=\frac{20+15}{100}=\frac{35}{100}$$

10 adhérents de L et 5 adhérents de A ont participé à la journée de rencontre donc :

$$p(S=60+x)=\frac{10+5}{100}=\frac{15}{100}$$

25 adhérents de C n'ont pas participé à la journée de rencontre donc :

$$p(S=100)=\frac{25}{100}$$

25 adhérents de C ont participé à la journée de rencontre donc :

$$p(S=100+x)=\frac{25}{100}$$

On obtient la loi de probabilité de S :

S	60	$60+x$	100	$100+x$	total
$p(S)$	$\frac{35}{100}$	$\frac{15}{100}$	$\frac{25}{100}$	$\frac{25}{100}$	$\frac{100}{100}$

c) Calculer E(S) en fonction de *x*.

$$\begin{aligned}E(S)&=\frac{35}{100}\times 60+\frac{15}{100}\times(60+x)+\frac{25}{100}\times 100+\frac{25}{100}\times(100+x)\\&=21+9+\frac{15}{100}x+25+25+\frac{25}{100}x\\&=0,4x+80\end{aligned}$$

d) *A quel prix le directeur du club doit-il fixer la participation à la journée de rencontre s'il veut que le coût moyen par adhérent ne dépasse pas 90 €.*

$$\begin{aligned}E(S)\le 90 &\Leftrightarrow 0,4x+80\le 90\\&\Leftrightarrow 0,4x\le 90-80\\&\Leftrightarrow x\le\frac{10}{0,4}\\&\Leftrightarrow x\le 25\end{aligned}$$

Ce prix ne doit pas dépasser 25 €.

Rafmaths.com