

Exercice N°1 :

$$\begin{aligned} 1 \quad \vec{AB} \cdot \vec{AC} &= AB \cdot AC \cos 30 \\ &= 6^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= 18\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 \quad \vec{AB} \cdot \vec{AC} &= \vec{AB} \cdot \vec{AB} \quad (\text{pu projection de C sur (AB) en B}) \\ &= AB^2 \\ &= 36 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3 \quad \vec{AB} \cdot \vec{AC} &= \vec{AB} \cdot \vec{AH} \quad (\text{pu projection de C sur (AB) en H}) \\ &= AB \cdot AH \quad (\text{vecteurs colinéaires}) \\ &= 18. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4 \quad \vec{AB} \cdot \vec{AC} &= -AB \cdot AC \quad (\text{colinéaires et de sens contraire}) \\ &= -12 \end{aligned}$$

Exercice N°2 :

La figure ci-contre représente

- Un rectangle ABCD tel que $AB = 5$ et $BC = 3$;
- Un triangle ABF équilatéral.
- E est le symétrique de H par rapport à (BC).

Calculer les produits scalaires suivants; vous complétez la copie (aucune justification n'est demandée).

$$\bullet \vec{CD} \cdot \vec{CE} = -5 \cdot 2,5 = -12,5$$

$$\bullet \vec{CH} \cdot \vec{CA} = \sqrt{34} \cdot \sqrt{34} \cdot \frac{1}{2} = 17$$

$$\bullet \vec{AB} \cdot \vec{BE} = 12,5$$

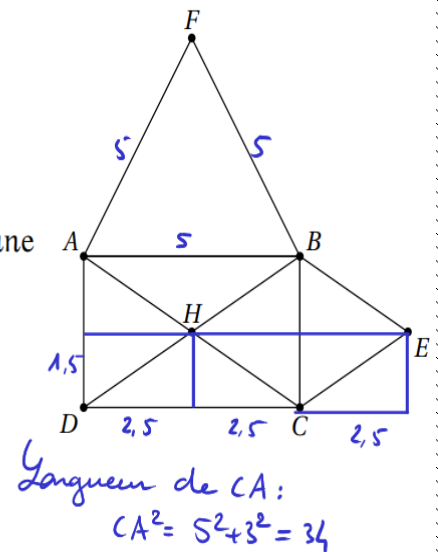
$$\bullet \vec{CH} \cdot \vec{AB} = -5 \cdot 2,5 = -12,5$$

$$\bullet \vec{BE} \cdot \vec{BA} = -12,5$$

$$\bullet \vec{DH} \cdot \vec{CE} = DH^2 = \left(\frac{\sqrt{34}}{2}\right)^2 = \frac{17}{2}$$

$$\bullet \vec{BC} \cdot \vec{BF} = BC \cdot BF \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = 3 \cdot 5 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{15\sqrt{3}}{2}$$

$$\bullet \vec{AF} \cdot \vec{DC} = 5 \cdot 2,5 = 12,5$$



Exercice N°3 :

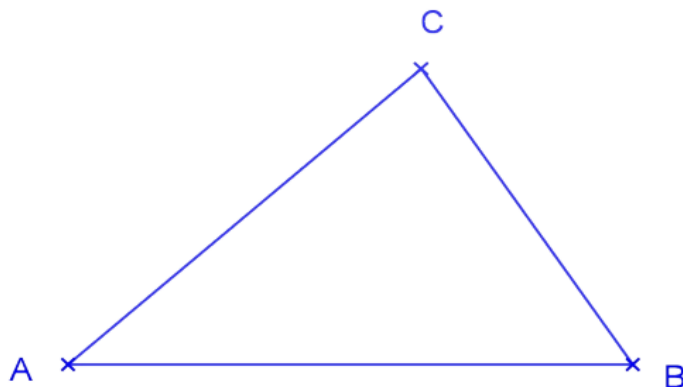
$$A(-5, -2); H(1, 3); T(-1, 2); H(0, 8)$$

On a $\vec{HA} \begin{pmatrix} -6 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{TH} \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \end{pmatrix}$ alors $\vec{HA} \cdot \vec{TH} = 0$

donc $\vec{HA} \perp \vec{TH}$ et $(HA) \perp (TH)$

Exercice N°4 :

ABC est un triangle tel que $AB=6$; $BC=4$ et $AC=5$.



Déterminer une mesure en degré à 10^{-1} près de l'angle $\widehat{BAC}$.

$$a=BC=4 ; b=AC=5 ; c=AB=6$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$$

$$16 = 25 + 36 - 2 \times 5 \times 6 \times \cos \widehat{BAC}$$

$$-45 = -60 \cos \widehat{BAC}$$

$$\cos \widehat{BAC} = \frac{45}{60} = \frac{3}{4} \quad \widehat{BAC} \approx 41,4^\circ$$

Exercice N°5 :

① ADC rectangle en D donc par th de Pythagore:

$$AC^2 = DA^2 + DC^2$$

$$= 36 + 9 = 45 \quad \text{donc } AC = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

De m ABD rectangle en A donc $BD^2 = AB^2 + AD^2$

$$= 8^2 + 6^2 = 100$$

donc $BD = 10$.

② On en utilise la relation de Chasles:

$$\vec{CA} \cdot \vec{DB} = (\vec{CD} + \vec{DA}) \cdot (\vec{DA} + \vec{AB})$$

$$\begin{aligned}
 &= \underbrace{\vec{CD} \cdot \vec{DA}}_{=0} + \underbrace{\vec{CD} \cdot \vec{AB}}_{=-CD \cdot AB} + \underbrace{DA^2 + \vec{DA} \cdot \vec{AB}}_{=0} \\
 &\quad \text{car } \vec{CD} \perp \vec{DA} \quad \text{car } \vec{CD}, \vec{AB} \text{ colinéaires} \quad \text{car } \vec{DA} \perp \vec{AB} \\
 &= -3 \times 8 + 36 \\
 &= 12
 \end{aligned}$$

③ D'autre part, $\vec{CA} \cdot \vec{DB} = CA \cdot DB \cdot \cos(\widehat{AOB})$

donc $\cos(\widehat{AOB}) = \frac{\vec{CA} \cdot \vec{DB}}{CA \cdot DB}$

Donc $\cos(\widehat{AOB}) = \frac{12}{10 \cdot 3\sqrt{5}}$

et d'après la calculatrice

$\widehat{AOB} \approx 80^\circ$

Exercice N°6 :

$ABCD$ est un rectangle, I est le milieu de $[CD]$. On donne $AB = 5$ et $BC = 4$. Répondre aux questions suivantes en justifiant sommairement votre démarche (vous pouvez compléter le graphique le cas échéant).

1. $\vec{IB} \cdot \vec{IC} = \vec{IC} \cdot \vec{IC} = IC^2$

car C le projeté de B

2. $\vec{IA} \cdot \vec{AD} = \vec{AI} \cdot \vec{AD}$

$= -AD^2$

3. $\vec{AD} \cdot \vec{IC} = 0$ car $(AD) \perp (IC)$

4. $\vec{AC} \cdot \vec{IC} = \vec{CI} \cdot \vec{CI} = CI^2$

$= 2 \cdot 5 \times 5$

5. $\vec{AI} \cdot \vec{DB} = \vec{AD} \cdot \vec{DA}$

$= -AD^2$